



TITLE:

16. 3及び4次元格子ゲージ理論の相転移の解析(基研研究会「相転移研究の新手法とその応用」,研究会報告)

AUTHOR(S):

有末, 宏明; 藤原, 俊朗; 平田, 郁美

---

CITATION:

有末, 宏明 ...[et al]. 16. 3及び4次元格子ゲージ理論の相転移の解析(基研研究会「相転移研究の新手法とその応用」,研究会報告). 物性研究 1989, 51(5): 455-459

ISSUE DATE:

1989-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/93548>

RIGHT:

## 16. 3 及び 4 次元格子ゲージ理論の相転移の解析

大阪府立工業高専 有末宏明

北里大教養

藤原俊朗、○平田郁美

### Abstract

2、3、4次元  $Z(2)$  スピン及びゲージ系の臨界点  $\beta_c$  と比熱の臨界指数  $\alpha$  を、コヒーレント異常法を使って求めた。その際、近似解の組は新クラスター展開法を用いて求め、包絡線の異常性を調べた。

### I. Introduction

最近鈴木により提唱されたコヒーレント異常法 (CAM)<sup>1)</sup> は、有限の関数列から、極限として得られる無限系を記述する関数への系統的な外挿法である。我々は、CAM を  $Z(2)$  ゲージ系の比熱の臨界的振舞いの研究に応用する。

近似解の列を平均場近似法により求めた CAM 理論は、スピン系に対して成功を納めたが、これを単純にゲージ系に用いることはできない。格子上ではゲージ不変性はこわれないので、リンク変数の期待値に 0 以外の値を持たせることはできない。我々は平均場近似法の代わりに、1984 年に有末と藤原によって提唱された新クラスター展開法<sup>2)</sup> を用いる。

Fig. 1 に新クラスター展開により求めた 3 次元  $Z(2)$  スピン系の比熱を示す。横軸の  $\beta$  は温度の逆数に比例する。L 番目の関数は時空の広がり L までのクラスターの寄与すべてを含む。広がり L はクラスターの x、y、z 方向の長さの和で定義する。各関数はある  $\beta$  ( $\beta_c(L)$ ) でピークをもち、L が大きくなるにつれ  $\beta_c(L)$  は小さくなりピークは鋭くなることがわかる。無限の広がりをもつクラスターの寄与まですべてたしあげたとき 2 次相転移点  $\beta_c$  でピークの値が発散すると期待される。我々はこの L 無限大の極限を CAM により求める。

### II. Formulation

以上のように新クラスター展開法で求めた近似解の組の包絡線を考える。パラメータとして、有限サイズで計算した比熱が最大となる  $\beta$  の値 ( $\beta_c(L)$ ) 及び

$L$  の逆数をとる。これらの離散パラメータを連続にするため、近似解を次のようにパラメタライズする。

$$C(\beta, \beta_c) = [a + b(\beta - \beta_c)^2 / (\beta_c - \beta_{c^*})^2] / (\beta_c - \beta_{c^*})^\alpha \quad (3)$$

(3) の包絡線は次で与えられる。

$$C(\beta, \beta_{c^*}) = [a + \lambda^2 b] (\lambda + 1) / (\beta - \beta_{c^*})^\alpha \quad (4)$$

ここで

$$\lambda = [-b + \sqrt{b^2 - ab\alpha(\alpha+2)}] / [(\alpha+2)b]$$

包絡線の異常性は(3)の初項すなわちピークでの値のみから決められる。

### III. 臨界点 $\beta_c$ と比熱の臨界指数 $\alpha$

以上の手順に従い、各モデルの包絡線の異常性を調べる。

#### 1) $d=3$ $Z(2)$ gauge model

このモデルは3次元  $Z(2)$  スピン系と dual で、2次相転移を示す。簡単なモデルであるにもかかわらず、 $\alpha$  はよくわかっていない。パデ近似法により調べると、 $\beta_{c^*}$  までの比熱の計算から、 $\beta_c = 0.77(2)$ ,  $\alpha = 0.24(3)$  となる。一方  $\beta_{c^*}$  までの mass gap の計算<sup>3)</sup> は  $\beta_c = 0.7388(9)$ ,  $\nu = 0.64(2)$  (スケール則  $\alpha = 2 - d\nu$  より  $\alpha = 0.08(5)$ ) を示す。またスピン系のモンテカルロくりこみ群(MCRG)の計算<sup>4)</sup> から、 $\nu = 0.629(4)$  ( $\alpha = 0.11(1)$ ),  $\beta_c = 0.7614$  である。

(3) によりパラメタライズされた各  $L$  の関数およびその包絡線を Fig. 2 に示す。ここで  $\alpha = 0.127(1)$ ,  $\beta_{c^*} = 0.746(8)$  は Fig. 3 により決めた。Fig. 3 でグラフの傾きは  $1/\alpha$ 、 $y$  切片は  $-\beta_{c^*}/\alpha$  を表わす。一方パラメータを  $L$  の逆数にとると、 $\beta_c = 0.748(1)$ ,  $\alpha = 0.228$  となる。ここで  $\beta_c$  は  $(1/L)^{1/\nu}$  と  $\beta_c$  との fit で決めた。

#### 2) $d=4$ $Z(2)$ gauge model

このモデルは、self dual であり、self dual 点  $\beta_{c^*} = \ln(1 + \sqrt{2})/2 \simeq 0.441$  で1次相転移をおこすことが知られている。最近大川らにより、1次相転移点近傍の準安定領域に相関距離が発散する臨界点が存在することを示唆するMCRGのデータが発表された<sup>4)</sup>。臨界点上では物理量が発散しMCRGをおこなうことが不可能なため、 $\beta_c > 0.452$ ,  $\alpha > 0.852$  (高温側) と不等号で予測されている。強結合(高温)展開の立場では1次相転移をおこすモデルは1次相転移点より外側で、CAM等により外挿して得た関数が発散点を持つ。臨界指数が物理的に意味のあるものであれば、この点で連続理論を作れる可能性がある。比熱を  $\beta^{2.2}$  まで計算し、パデにより  $\beta_c = 0.472$ ,  $\alpha = 0.63$  と求めた。しかし項の数が少ないため、

値が不安定である。

3次元の場合と同様にIIで述べた手順に従い $\beta_c, \alpha$ を求めると $\beta_c=0.54(7)$ ,  $\alpha=0.54(6)$ である。パラメータが $1/L$ のとき、 $\alpha=0.92(1)$ となる。

### 3) $d=2, 3$ Z(2) spin model

スピン系についても上述の方法により解析する。現在計算中であり、小さいサイズでの結果のみ挙げる。2次元については $L=15$ まで3次元については $L=5$ まで求め、各々 $\beta_c=0.442(3)$ ,  $\alpha=0.212(1)$ ,  $\beta_c=0.222$ ,  $\alpha=0.23(3)$ となった。

## IV. Conclusion

3及び4次元Z(2)格子ゲージ理論の比熱に現われる臨界点を、CAMを応用して解析した。近似解の組は新クラスター展開法により求め、解のピークの振舞いから、包絡線の異常性を調べた。その結果 $\beta_c$ については収束がよいが、 $\alpha$ にはばらつきがみられる。これは、シリーズが短いためと考えられる。またFig.2にみるように、包絡線は近似の悪いピークの外側で接している。たとえばピークの内側の変極点での接線の包絡線を考える等、近似のよい領域の情報を利用する必要がある。

## 参考文献

- 1) M. Suzuki, J. Phys. Soc. 55 (1986) 4205.  
鈴木増雄 数理科学 1988年7月 とその参考文献
- 2) H. Arisue and T. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. 72 (1984) 1176.
- 3) G. S. Pawley, R. H. Swendsen, D. J. Wallace and K. G. Wilson,  
Phys. Rev. B29 (1984) 4030.
- 4) A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa and Y. Shimizu,  
Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 487.
- 5) H. Arisue and T. Fujiwara, Nucl. Phys. B285[FS19] (1987) 253.

Fig.1

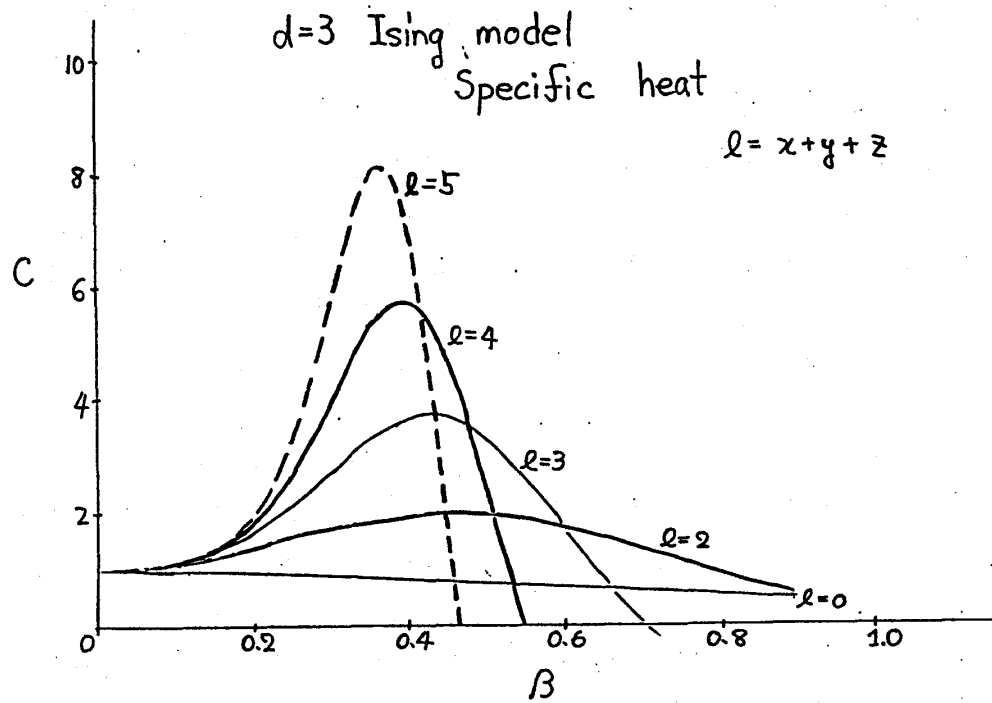


Fig 2

